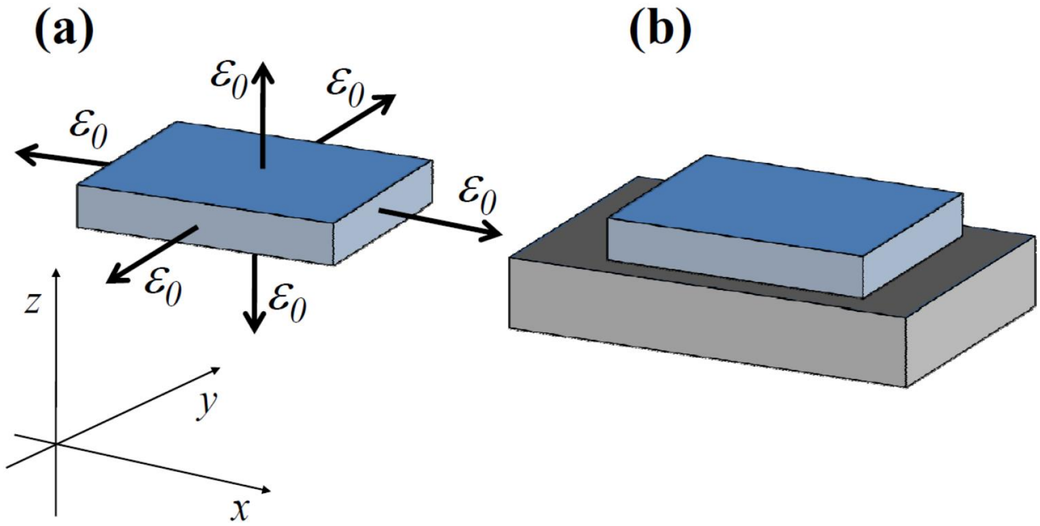
Cvičení 11

1. Izotropní materiál je charakterizován Youngovým modulem pružnosti E a Poissonovým poměrem ν. Když vložíme tento materiál do atmosféry vodíku o určitém tlaku, tak se jisté množství vodíku absorbuje a materiál izotropně expanduje jak je znázorněno na obrázku (a). Z tohoto materiálu napaříme tenkou vrstvu na substrát, který neabsorbuje vodík, viz obrázek (b). Substrát zabraňuje expanzi materiálu v rovine xy. Co se stane, když nyní vložíme tenkou vrstvu se substrátem do atmosféry vodíku?



[*řešení:* V rovině xy vzniknou kompresí napětí σ_{xx}, σ_{yy}, která kompenzují expanzi a tenká vrstva bude expadovat jen kolmo na rovinu substrátu. Velikost deformace bude $\varepsilon_{zz} = \frac{1-\nu}{1+\nu}\varepsilon_0$, napětí $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -\frac{\varepsilon_0 \nu E}{1-\nu}$, ostatní složky tenzoru nepětí jsou nulové.]

2. Do U-trubice nalijeme vodu ($\rho_v = 1000$ kg m^{-3}) a rtuť ($\rho_{Hg} = 13500$ kg m^{-3}) tak, že sloupec vody je vysoký 10 cm. Jaký bude rozdíl výšky hladin v obou ramenech U-trubice?

[*řešení:* 9.3 cm]

3. Čerpadlo načerpá za 1 minutu 300 l vody. Přívodní potrubí má průměr 80 mm, výtokovým potrubím proudí voda rychlostí 8 m s^{-1}. Určete rychlost vody v_1 v přívodním potrubí a průměr d_2 výtokového potrubí.

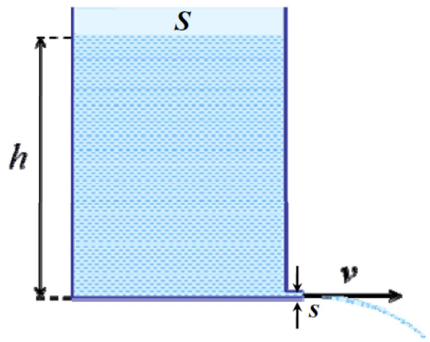
[*řešení:* $v_1 = 0.995$ m s^{-1}, $d_2 = 28.2$ mm]

4. Předmět o hustote ρ_p je vyvážen na rovnoramenných vahách mosazným závažím o hmotnosti m_z. Stanovte skutečnou hmotnost předmětu. Hustota mosazi je ρ_z a hustota vzduchu v okamžiku vážení je ρ_v.

[*řešení:* $m = m_z \frac{1-\rho_v/\rho_z}{1-\rho_v/\rho_p}$]

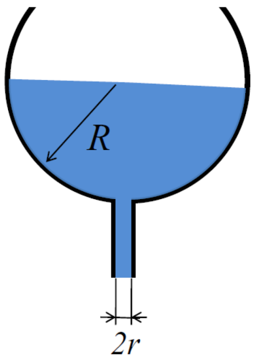
5. V sudu o vodorovném průřezu S je ideální kapalina hustoty ρ. Kapalina vytéká malým otvorem o průřezu s v hloubce h.

(a) Jakou rychlostí kapalina z nádoby vytéká?
(b) Jak dlouho to bude trvat než kapalina ze sudu vyteče?



[*řešení:* (a) $v = \sqrt{\frac{2gh}{1-(s/S)^2}}$, (b) $t = \sqrt{\frac{[(S/s)^2-1]h}{2g}}$]

6. Stanovte dobu výtoku ideální kapaliny z kulové nádoby o poloměru R, která je naplněna do poloviny (tj. výška hladiny na počátku je R). Voda vytéká tenkou trubkou o poloměru $r \ll R$.



[*řešení:* $t = \frac{14}{15}\frac{R^{5/2}}{r^2(2g)^{1/2}}$]

7. Na hladinu vody v jezeře položíme hliníkovou kuličku o poloměru $r = 1$ mm a pustíme ji. Najděte časovou závislost dráhy, kterou kulička urazí, a časovou závislost rychlosti kuličky. Od jaké hloubky lze rychlost kuličky pokládat za konstatní? Hustota hliníku je $\rho = 2.7$ g cm^{-3}.

[*řešení:* Označíme $A = \frac{9}{2}\frac{\eta}{r^2\rho}$ a $B = \frac{\rho-\rho_v}{\rho}g$, kde ρ_v je hustota vody a η je dynamická viskozita vody.
Časová závislot dráhy: $x = \frac{B}{A}(t - \frac{1}{A}(1-e^{-At}))$
Časová závislot rychlosti kuličky: $v = \frac{B}{A}(1-e^{-At})$
Za 1.8 s lze rychlost kuličky pokládat zhruba za konstantní, kulička se za tu dobu dostane do hloubky 4.56 m.]

Základní vztahy a údaje

Bernoulliho rovnice: $\frac{1}{2}\rho v + p + \rho g h = \text{konst.}$
rovnice kontinuity: $S_1 v_1 = S_2 v_2$
Hagen-Poiseuillův zákon: $Q = \frac{\pi}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta l}R^4$
Stokesova odporová síla: $F_S = 6\pi\eta R v$